

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2008-2009 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Skóli: _____

Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrir en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Glitnir styrkir Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hvert er gildi margfeldisins $\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)$?

$\frac{19}{3}$

$\frac{17}{3}$

$\frac{14}{3}$

$\frac{13}{3}$

2. Tuttugu og sex menn, númeraðir í röð frá 1 til 26, sitja við hringlaga borð með jöfnu millibili. Hvert er númer mannsins sem situr beint á móti manni númer 9?

19

20

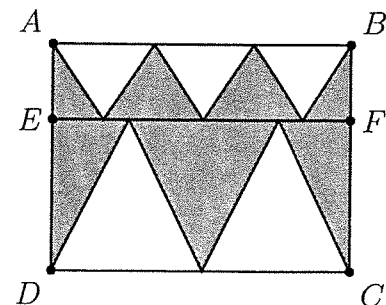
21

22

3. Fjórir vinir fara að veiða og koma heim með samtals 11 fiska. Ef hver vinanna veiddi að minnsta kosti einn fisk, hver eftirtalinna fullyrðinga verður að teljast rétt?

- Einhver vinanna veiddi nákvæmlega 3 fiska
 Einhver vinanna veiddi færri en 3 fiska
 Einhver vinanna veiddi fleiri en 3 fiska
 Nákvæmlega tveir vinanna veiddu fleiri en 1 fisk

4. Á myndinni sjást tveir ferhyrningar, $ABCD$ og $CDEF$. Lengd AB er 4 og lengd BC er 3. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?



4

5

6

7

5. Á Hlemmi hittist hópur stráka og stelpna. Í fyrsta strætisvagn fara 15 stelpur úr hópnum og eru þá tvöfalt fleiri strákar en stelpur eftir. Í næsta vagn fara 45 strákar úr hópnum og eru þá fimmfalt fleiri stelpur en strákar eftir. Hversu margar stelpur voru í hópnum sem hittist á Hlemmi?

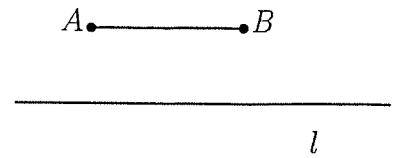
29

40

43

50

6. Látum l vera beina línu og AB vera strik sem er samsíða l . Strikið AB hefur lengdina 10 og fjarlægð punktanna A og B til línunnar l er 5. Hver er fjöldi ólíkra punkta P á línunni l þannig að punktarnir A , B og P myndi jafnarma þríhyrning?



- 2 3 4 5

7. Fimm tölum er raðað eftir stærð. Meðaltal talnanna fimm er 28 en meðaltal þriggja miðtalnanna er 26. Hvert er meðaltal minnstu og stærstu tölunnar?

- 30 31 32 33

8. Ef

$$a + 1 = b + 2 = c + 3 = d + 4 = a + b + c + d + 5,$$

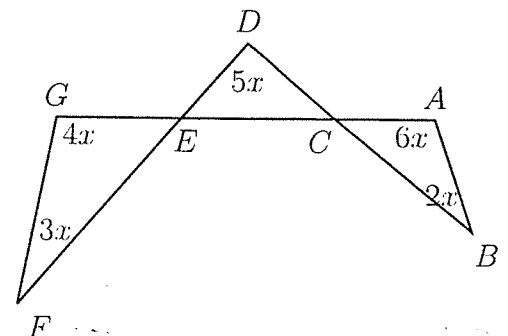
hvert er gildið á $a + b + c + d$?

- $-10/3$ $-1/2$ 1 2

9. Hversu margar heiltölur milli 100 og 500 innihalda enga sléttan tölustaf?

- 35 50 75 80

10. Hver er stærð hornsins $\angle CAB$ á myndinni hér til hliðar?



- 104° 106° 108° 110°

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Munið að a^{b^c} er reiknað sem $a^{(b^c)}$. Ef

$$2^{2^x} + 4^{2^x} = 42,$$

hvert er gildið á $\sqrt{2^{2^{2^x}}}$?

- 2 4 8 16 32

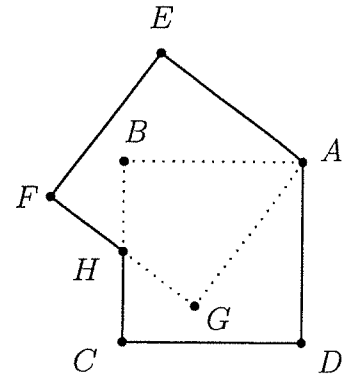
12. Gerum ráð fyrir að a_1, a_2, \dots, a_n og n séu jákvæðar heiltölur (ekki endilega ólíkar) þannig að

$$(x + a_1)(x + a_2) \cdots (x + a_n) = x^n + 261x^{n-1} + \cdots + 2008.$$

Hver eftirfarandi talna er mögulegt gildi á n ?

- 7 12 63 669 2008

13. Tveir ferhyrningar, $ABCD$ og $AEFG$ eru með hliðarlengdir 1. Punkturinn H er miðpunktur beggja hliðanna BC og FG . Hvert er flatarmál $AEFHCD$?



- $\sqrt{2}$ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\sqrt{3}$

14. Í kapphlaupi yrði A 20 metrum á undan B í mark. B yrði 10 metrum á undan C í mark. A yrði 28 metrum á undan C í mark. Hversu langt er hlaupið ef hver keppandi hleypur með jöfnum hraða?

- 58 m 80 m 100 m 118 m 160 m

15. Látum n vera jákvæða heila tölu. Ef deilt er í n með 7 þá er afgangurinn 5. Hver verður afgangurinn ef deilt er í $5 \cdot n$ með 7?

- 1 2 3 4 5

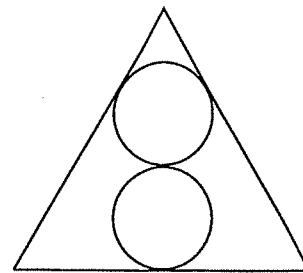
Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Andri og Goggi sitja í stólalyftu með stólum númeruðum í röð. Á sama augnabliki og Andri, í stól 96, mætir stól 105 þá mætir Goggi, í stól 241, stól 230. Hve margir stólar eru í stólalyftunni?

Svar: _____

17. Jafnhliða þríhyrningur hefur hliðarlengdir 1. Tveir hringar með sama geisla eru innritaðir í þríhyrninginn þannig að miðjur hringanna liggja á hæð í þríhyrningnum eins og sýnt er á myndinni. Hver er stærsti mögulegi geisli slíkra hringa?



Svar: _____

18. Í hópi nokkrum eru lækna og kennarar. Meðalaldur allra í hópnunum er 40 ár. Meðalaldur læknanna í hópnunum er 35 ár, en meðalaldur kennaranna í hópnunum er 50 ár. Hvert er hlutfallið milli fjölda lækna og fjölda kennara í hópnunum?

Svar: _____

19. Summa 2008 samliggjandi heilla talna er 3012. Hver er stærsta talan í summunni?

Svar: _____

20. n er náttúrleg tala þannig að $2n + 3$ gengur upp í $6n + 43$. Hvaða tala er n ?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Ræðu töluna $\frac{2}{7}$ má skrifa sem summu tveggja einingarbrotu $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ þar sem $0 < a < b$ eru heilar tölur. Hver er summan $a + b$?

22. Hjól liggur að kantsteini. Hæð kantsteinsins er a . Fjarlægðin frá punktinum sem hjólið hvílir á að efri brún kantsteinsins er b (sjá mynd). Hver er geisli hjólsins?

